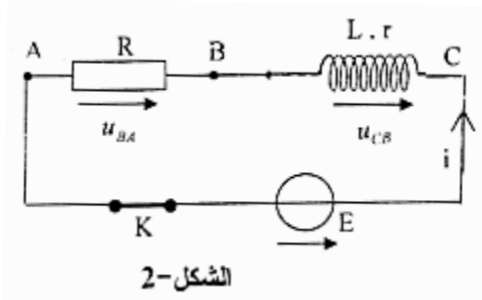


الموضوع 3 ثا - 21

التمرين الأول : (بكالوريا 2008 - علوم تجريبية) (U03-Ex39)



الشكل-2

تحتوي الدارة الكهربائية المبينة في (الشكل-2) على : مولد توتره الكهربائي ثابت $E = 12V$ ، ناقل أومي مقاومته $R = 10 \Omega$ ، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها r ، قاطعة K .

1- نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة ، لإظهار التوترين الكهربائيين (U_{AB}) و (U_{CB}) . بين على مخطط الدارة الكهربائية ، كيف يتم ربط الدارة الكهربائية بمدخلي هذا الجهاز .

2- نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ يمثل (الشكل-3)

المنحنى $U_{BA} = f(t)$ المشاهد على راسم الاهتزاز المهبطي .

عندما تصبح الدارة في حالة النظام الدائم أوجد قيمة :

أ/ التوتر الكهربائي (U_{BA}) .

ب/ التوتر الكهربائي (U_{CB}) .

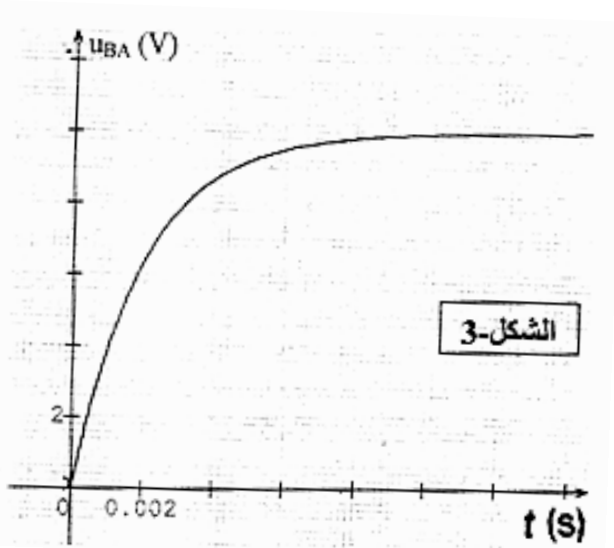
ج/ الشدة العظمى للتيار المار في الدارة .

3- بالاعتماد على البيان (الشكل-3) . استنتج :

أ/ قيمة (τ) ثابت الزمن المميز للدارة .

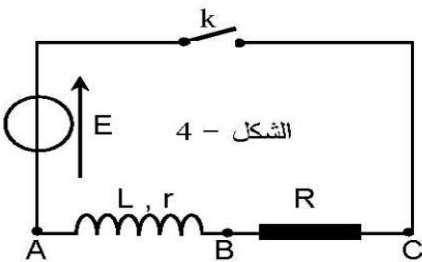
ب/ مقاومة و ذاتية الوشيعة .

4- أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .



الشكل-3

التمرين الثاني : (بكالوريا 2014 - رياضيات) (U03-Ex57)



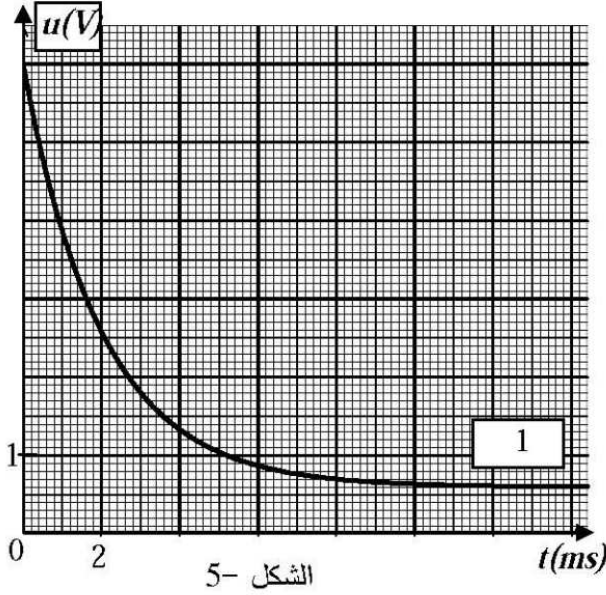
الشكل - 4

دارة كهربائية تحتوي على التسلسل مولدا مثاليا قوته المحركة الكهربائية

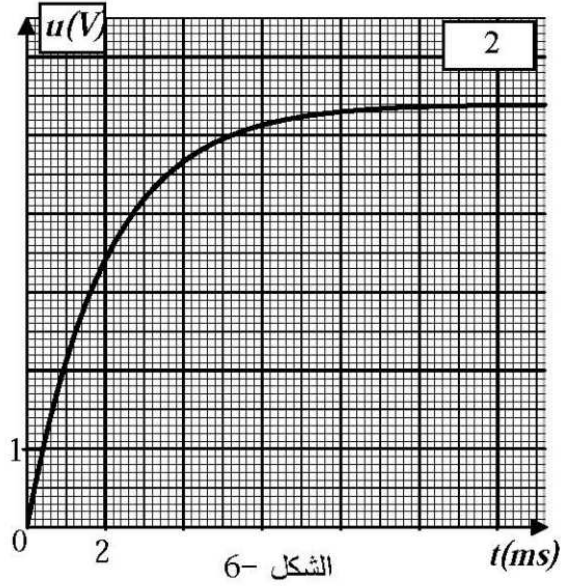
$E = 6 V$ و وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها $r = 20 \Omega$ و ناقلأ أوميا

$R = 180 \Omega$ و قاطعة k . (الشكل-4) .

نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ ، و باستعمال لاقط للتوتر الكهربائي ، موصل بجهاز ExAO ، حصلنا على المنحنيين (1) و (2) (الشكلان 5، 6) .



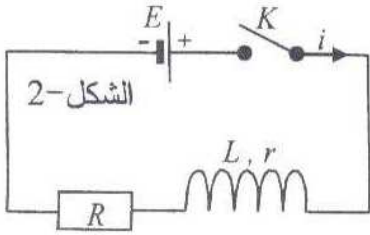
الشكل 5-



الشكل 6-

- 1- أعط عبارة التوتر الكهربائي $u_{BA}(t)$ بدلالة $i(t)$.
- 2- اكتب عبارة $u_{CB}(t)$ بدلالة $i(t)$.
- 3- ارفق كل منحنى بالتوتر الكهربائي الموافق u_{CB} و u_{BA} مع التعليل .
- 4- جد عبارة شدة التيار الكهربائي (I_0) المار في الدارة في النظام الدائم و احسب قيمتها و تأكد منها بيانيا .
- 5- جد قيمة ثابت الزمن τ و استنتج قيمة ذاتية الوشيعة .

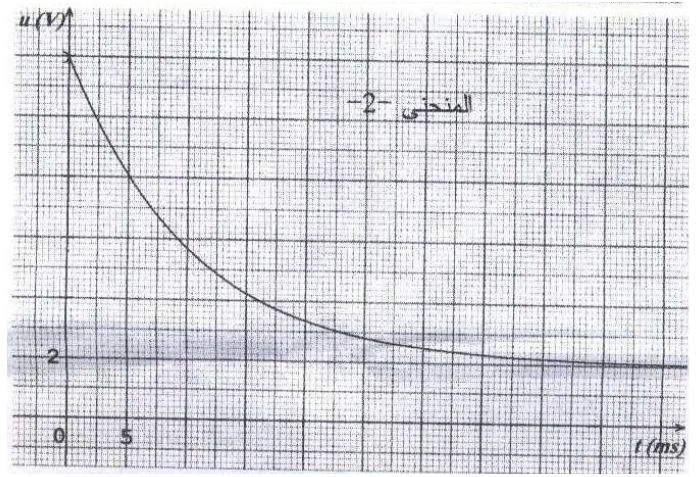
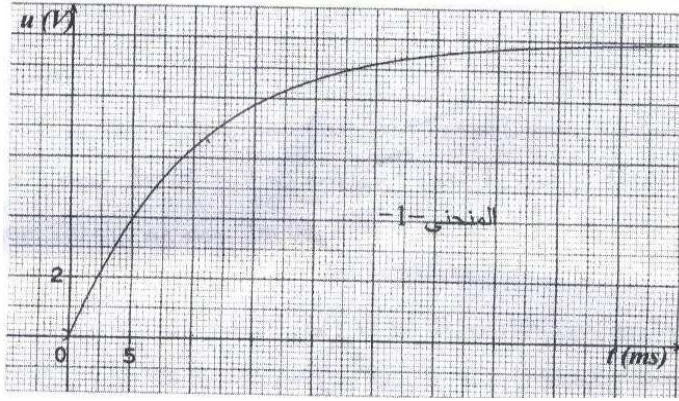
التمرين الثالث : (بكالوريا 2011 - علوم تجريبية) (U03-Ex49)



- تحتوي دارة على العناصر الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل (الشكل 2-):
- مولد ذي توتر ثابت E .
 - وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها r .
 - ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$.
 - قاطعة K .

للمتابعة الزمنية لتطور التوتر بين طرفي كل من الوشيعة $u_b(t)$ و الناقل الأومي $u_R(t)$ نستعمل راسم إهتزاز مهبطي ذي ذاكرة .

- 1- أ- بين كيف يمكن ربط راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة لمشاهدة كل من $u_b(t)$ و $u_R(t)$ ؟
- ب- نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0 \text{ ms}$ على الشاشة البيانيين الممثلين للتوترين $u_b(t)$ و $u_R(t)$ (الشكل) .



- انسب كل منحنى للتوتر الموافق له . مع التعليل .

2- أ- أثبت أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة تكون من الشكل :

$$\frac{di(t)}{dt} + A i(t) = B$$

ب- أعط عبارة كل من A و B بدلالة E و L و r و R .

ج- تحقق من أن العبارة $i(t) = \frac{B}{A} (1 - e^{-At})$ هي حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

د- احسب شدة التيار في النظام الدائم I_0 .

هـ- احسب قيم كل من E و r و τ و L .

و- احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعه .

التمرين الرابع : (بكالوريا 2014 - علوم تجريبية) (U03-Ex55)

حققنا الدارة الكهربائية المتكونة من العناصر الكهربائية التالية :

مولد توتر كهربائي ثابت E ، و شيعه ذاتيتها L و مقاومتها $r = 10 \Omega$ ، ناقل أومي

مقاومته $R = 50 \Omega$ ، و قاطعة K ، موصولة على التسلسل (الشكل-3) .

نغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0$.

1- أ- أعد رسم الدارة الكهربائية و حدد جهة التيار الكهربائي مع التعليل .

ب- أعط عبارة شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم .

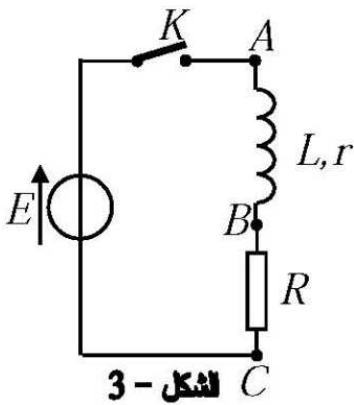
2- لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $U_R = U_{BC}$ على شاشة راسم

اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة .

أ- بين كيفية التوصيل براسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة تطور U_{BC} ، مثله كيفيا بدلالة الزمن و ما هو المقدار

الفيزيائي الذي يماثله في التطور ؟

ب- جد المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$ في الدارة .

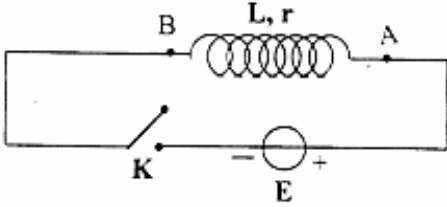


ج- إن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو $i(t) = 0,2(1 - e^{-50t})$ حيث الزمن بالثانية (s) و شدة التيار بالأمبير (A) . استنتج قيمة كل من E ، τ (ثابت الزمن) و L .

د- اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في الوشيجة و احسب قيمتها في اللحظة $t = \tau$.

التمرين الخامس : (بكالوريا 2008 - رياضيات) (U03-Ex48)

بغرض معرفة سلوك و مميزات وشيجة مقاومتها (r) و ذاتيتها (L) نربطها على التسلسل بمولد ذي توتر كهربائي ثابت $E = 4.5V$ و قاطعة K (الشكل-1) .



1- انقل مخطط الدارة على ورقة إجابتك و بين عليه جهة مرور التيار

الكهربائي و جهة السهمين الذين يمثلان التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيجة و بين طرفي المولد .

2- في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة (K) .

أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي الشدة اللحظية $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب- بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حل من الشكل $i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{r}{L}t})$ حيث I_0 هي الشدة العظمى للتيار الكهربائي المار في الدارة .

3- تعطى الشدة اللحظية للتيار الكهربائي بالعبارة $i(t) = 0.45(1 - e^{-10t})$ حيث t بالثانية و i بالأمبير . أحسب المقادير التالية :

أ/ الشدة العظمى (I_0) للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب/ المقاومة (r) للوشيجة .

ج/ الذاتية (L) للوشيجة .

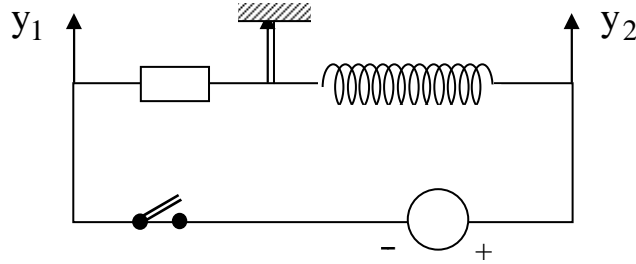
د/ ثابت الزمن (τ) المميز للدارة .

4-أ/ ما قيمة الطاقة المخزنة في الوشيجة في حالة النظام الدائم ؟

ج/ أحسب قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيجة في اللحظة ($t = 0.3s$) .

حل التمرين الأول

1- كيفية ربط الدارة براسم الاهتزاز المهبطي :



2- أ- قيمة التوتر u_{BA} عند النظام الدائم :
من البيان و عند النظام الدائم ($t = \infty$) :

$$u_{BA(\infty)} = 10 \text{ V}$$

ب- قيمة u_{CB} :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{CA} = u_{CB} + u_{BA}$$

و عند النظام الدائم :

$$u_{CA(\infty)} = u_{CB(\infty)} + u_{BA(\infty)}$$

$$E = u_{CB(\infty)} + u_{BA(\infty)}$$

$$u_{CB(\infty)} = E - u_{BA(\infty)}$$

$$u_{CB(\infty)} = 12 - 10 = 2 \text{ V}$$

ج- شدة التيار العظمى :

$$u_{BA} = R i$$

و عند النظام الدائم :

$$u_{BA0} = R I_0 \rightarrow I_0 = \frac{u_{BA(\infty)}}{R} \rightarrow I_0 = \frac{10}{10} = 1 \text{ A}$$

3- أ- قيمة τ :

من خلال تقاطع المماس عند $t = 0$ مع الخط $u_{BA} = E$ يكون : $\tau = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

ب- مقاومة و ذاتية الوشيعية :

$$I_0 = \frac{E}{R + r} \rightarrow R + r = \frac{E}{I_0} \rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R \rightarrow r = \frac{12}{1} - 10 = 2 \Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R + r} \rightarrow L = \tau (R + r) \rightarrow L = 2 \cdot 10^{-3} (10 + 2) = 2.4 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

4- الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعية :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L I_0^2 \rightarrow E_{(L)} = \frac{1}{2} \cdot 2.4 \cdot 10^{-2} (1)^2 = 1.2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

حل التمرين الثاني

1- عبارة التوتّر $U_{BA}(t)$ بدلالة $i(t)$

$$U_{BA} = L \frac{di(t)}{dt} + r i(t)$$

في عبارة $U_{CB}(t)$ بدلالة $i(t)$

$$U_{CB} = U_R = R i(t)$$

3- المنحنى الموافق لكل توتّر ؟

$$U_R = R i \rightarrow i = \frac{1}{R} U_R$$

$$t=0 \rightarrow U=0 \rightarrow U_R=0$$

ولذا يتفق مع البيان (1) إذن :

المنحنى (2) يوافق $U_{CB}(t)$

المنحنى (1) يوافق $U_{BA}(t)$

4- عبارة I_0 :

حسب قانون جمع التوتّرات :

$$U_{CA} = U_{CB} + U_{BA}$$

$$E = L \frac{di}{dt} + r i + R i$$

$$i = I_0, \frac{di}{dt} = 0$$

$$E = r I_0 + R I_0$$

$$E = (R+r) I_0 \rightarrow I_0 = \frac{E}{R+r}$$

$$I_0 = \frac{6}{180+20} = 0,03 A$$

من المنحنى $U_{CB} = U_R(t)$ يكون في النظام الدائم :

$$U_{CB0} = 5,4 V$$

$$U_{CB0} = R I_0 \rightarrow I_0 = \frac{U_{CB0}}{R} = \frac{5,4}{180} = 0,03 A$$

1- لاحظ أن القيمتين متساويتين ،

5- قيمة τ

$$t = \tau \rightarrow U_{CB} = 0,63 U_{CBmax} = 0,63 \times 5,4 = 3,4V$$

$$\tau = 2ms \quad \text{الاستجابة}$$

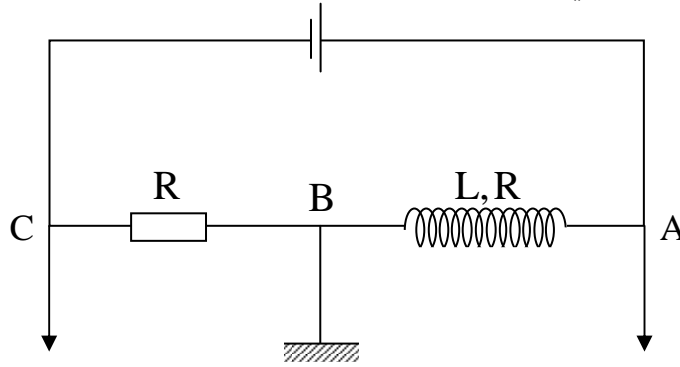
قيمة L

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = \tau (R+r)$$

$$L = 2 \cdot 10^{-3} (180 + 20) = 0,4H$$

حل التمرين الثالث

1- أ- كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي :



كون أن $u_C > u_B$ يظهر البيان في المدخل Y_1 معكوس لذا نضغط على الزر INV حتى نحصل على البيان المعطى في الشكل .

ب- المنحنى الموافق لكل توتر :

عند غلق القاطعة ($t = 0$) تكون شدة التيار معدومة و حسب قانون أوم بين طرفي الناقل الأومي $u_R = R i$ يكون $u_R = 0$ أيضا عن اللحظة $t = 0$ أي :

$$t = 0 \rightarrow u = u_R = 0$$

و هذا يوافق المنحنى (1) إذن :

$$u_R(t) \leftarrow (1) \text{ المنحنى}$$

$$u_b(t) \leftarrow (2) \text{ المنحنى}$$

2- كتابة المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_R + u_b$$

$$E = L \frac{di}{dt} + r i + R i$$

$$L \frac{di}{dt} + (R + r) i = E \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{(R + r)}{L} i = \frac{E}{L}$$

ب- عبارة A و B بدلالة R ، r ، L ، E :

المعادلة التفاضلية السابقة هي من الشكل $\frac{di}{dt} + A i = B$ حيث $A = \frac{R+r}{L}$ ، $B = \frac{E}{L}$.

ج- التحقق من أن $i = \frac{B}{A} (1 - e^{-At})$ هو حل للمعادلة التفاضلية :

$$i = \frac{\frac{E}{L}}{\frac{R+r}{L}} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}) = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t})$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r} (0 - (-\frac{R+r}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t})) = \frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t} + \frac{R+r}{L} \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t} + \frac{E}{L} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t} + \frac{E}{L} - \frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t} = \frac{E}{L} \rightarrow \frac{E}{L} = \frac{E}{L}$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

د- شدة التيار في النظام الدائم :

- من المنحنى (1) الذي يمثل $u_R(t)$ ، يكون عند بلوغ النظام الدائم :

$$u_{R0} = 2 \cdot 5 = 10 \text{ V}$$

و لدينا :

$$u_{R0} = R I_0 \rightarrow I_0 = \frac{u_{R0}}{R} = \frac{10}{100} = 0.1 \text{ A}$$

ه- قيم L ، τ ، r ، E :

■ قيمة E :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_R + u_b$$

و في النظام الدائم :

$$E = u_{R(\infty)} + u_{b(\infty)}$$

من المنحنيين (1) ، (2) و عند النظام الدائم لدينا :

$$u_{R(\infty)} = 10 \text{ V} \quad , \quad u_{b0(\infty)} = 2 \text{ V}$$

إذن :

$$E = 10 + 2 = 12 \text{ V}$$

■ قيمة r :

لدينا :

$$u_b = L \frac{di}{dt} + r i$$

و في النظام الدائم أين $\frac{di}{dt} = 0$ ، $i = I_0$ ، يصبح :

$$u_{b(\infty)} = L(0) + r I_0$$

$$u_{b(\infty)} = r I_0 \rightarrow r = \frac{u_{b(\infty)}}{I_0}$$

من البيان : $u_{b(\infty)} = 2V$ و منه :

$$r = \frac{2}{0.1} = 20 \Omega$$

■ قيمة τ :

من المنحنى-1 الموافق لتطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي :

$$t = \tau \rightarrow u_R = 0.63 u_{Rmax} = 0.63 \cdot 10 = 6.3 V$$

بالإسقاط نجد : $\tau = 10 ms$.

■ قيمة L :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = \tau (R+r) = 0.01(100+20) = 1.2 H$$

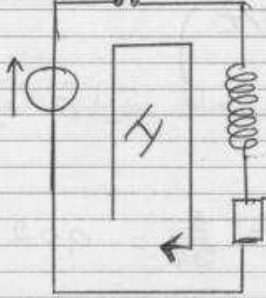
و- الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيجة :

$$E_{(L)0} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

$$E_{(L)0} = 0.5 \cdot 1.2 (0.1)^2 = 6 \cdot 10^{-3} J$$

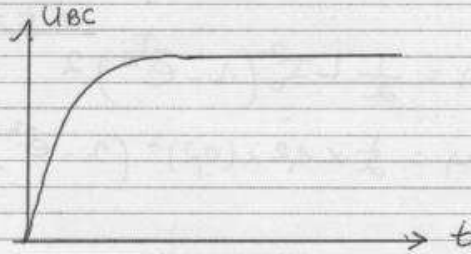
حل التمرين الرابع

1- رسم الدارة وتحديد جهة التيار
التيار في الدارة (خارج المولد) يسير من القطب الموجب للمولد إلى قطب السالب.



ب- عبارة تشرح التيار في النظام الدائم

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$



المقدار الفيترمائي الذي يماثله في التطور هو فتحة التيار
المارة في الماركة $i(t)$ لان

$$U_{BC} = Ri \rightarrow i = \frac{1}{R} U_{BC}$$

ب- المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$
حسب قانون جمع التوتورات:

$$E = U_{AB} + U_{BC}$$

$$E = L \frac{di}{dt} + r + Ri$$

$$L \frac{di}{dt} + (R+r)i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} i = \frac{E}{L}$$

ج- قيمتي E ، τ
لدينا عند غلق القاطعة:

$$i = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية المعطاة

$$\bullet I_0 = 0,2A$$

$$\bullet \frac{1}{\tau} = 50 \rightarrow \tau = \frac{1}{50} = 0,02S$$

- قيمة L -

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = \tau (R+r)$$

$$L = 0,02 (50 + 10) = 1,2H$$

ب- العبارة اللغوية للطاقة المخزنة في الوتيرة:

$$E(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

عند الغلق لدينا:

$$i = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

$$E(t) = \frac{1}{2} L I_0^2 (1 - e^{-t/\tau})^2$$

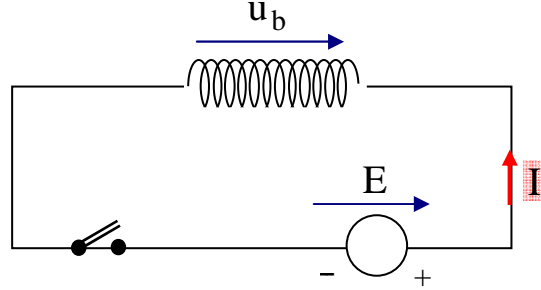
- قيمة الطاقة عند $t = \tau$

$$t = \tau \rightarrow E(t) = \frac{1}{2} L I_0^2 (1 - e^{-1})^2$$

$$E(t) = \frac{1}{2} \times 1,2 \times (0,2)^2 (1 - e^{-1})^2 = 9,6 \cdot 10^{-3} J$$

حل التمرين الخامس

1- جهة مرور التيار و جهة سهم التوتر بين طرفي الوشيجة و بين طرفي المولد :



2- أ- إيجاد المعادلة التفاضلية :
حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_L$$

$$E = L \frac{di}{dt} + ri \rightarrow L \frac{di}{dt} + ri = E$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .

ب- إثبات أن المعادلة التفاضلية تقبل حل من الشكل $i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{r}{L}t})$:

$$i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{r}{L}t}) = \frac{E}{r}(1 - e^{-\frac{r}{L}t})$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{E}{r}(0 - (-\frac{r}{L}e^{-\frac{r}{L}t})) = \frac{E}{r} \frac{r}{L} e^{-\frac{r}{L}t} = \frac{E}{L} e^{-\frac{r}{L}t}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$L \frac{E}{L} e^{-\frac{r}{L}t} + r \frac{E}{r}(1 - e^{-\frac{r}{L}t}) = E$$

$$E e^{-\frac{r}{L}t} + E(1 - e^{-\frac{r}{L}t}) = E \rightarrow E e^{-\frac{r}{L}t} + E - E e^{-\frac{r}{L}t} = E \rightarrow E = E$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

3- أ- شدة التيار العظمى :
لدينا من جهة :

$$i = I_0(1 - e^{-\frac{r}{L}t}) \dots\dots\dots (1)$$

ومن جهة أخرى لدينا :

$$i = 0.45(1 - e^{-10t}) \dots\dots\dots (1)$$

بمطابقة العلاقتين (1) ، (2) نجد : $I_0 = 0.45 \text{ A}$.

ب- المقاومة r للوشية :

$$I_0 = \frac{E}{r} \rightarrow r = \frac{E}{I_0} \rightarrow r = \frac{4.5}{0.45} = 10 \Omega$$

ج- الذاتية L للوشية :

بمطابقة العلاقتين (1) ، (2) :

$$\frac{r}{L} = 10 \rightarrow L = \frac{10}{r} = \frac{10}{10} = 1 \text{ H}$$

د- ثابت الزمن τ :

$$\tau = \frac{L}{r} \rightarrow \tau = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ s}$$

4- أ- الطاقة المخزنة في الوشية عند النظام الدائم :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} Li^2$$

عند النظام الدائم أين يكون : $i = I_0$ يمكن كتابة :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} LI_0^2 \rightarrow E_{(L)} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (0.45)^2 = 0.10 \text{ J}$$

ج- قيمة التوتر بين طرفي الوشية عند $t = 0.3 \text{ s}$:

بما أن التوتر بين طرفي الوشية ثابت و يساوي E يكون :

$$t = 0.3 \text{ s} \rightarrow u_b = E = 4.5 \text{ V}$$

تمنياتي لكم التوفيق و النجاح